mathe-corner April 2015

LÖSUNGEN (3. & 4. KLASSEN)

1. Teilbarkeit

Die 63♦♦5 ist durch 9 teilbar: Bekanntlich gilt dann, dass ihre Ziffernsumme durch 9 teilbar sein muss!
Die Ziffernsumme der drei sichtbaren Zahlen beträgt 14 – und kann also auf …

- 18 erweitert werden: entweder durch die Ziffern 4 und 0, 3 und 1 oder 2 und 2
- 27 erweitert werden: entweder durch die Ziffern 4 und 9, 8 und 5 oder 7 und 6

Daraus folgt, dass es 11 unterschiedliche Lösungen gibt:
63**04**5, 63**40**5, 63**13**5, 63**31**5, 63**22**5, 63**49**5, 63**94**5, 63**58**5, 63**85**5, 63**67**5, 63**76**5

2. Das lohnt sich!

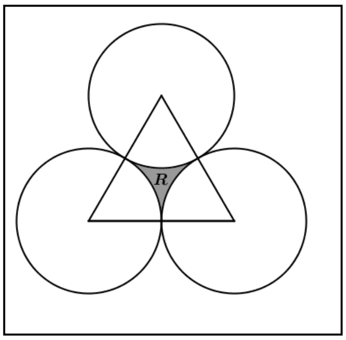
Am Morgen hatte Michael 20 € in der Tasche!
Hier kann man die Lösung durch langes Rechnen oder auch durch geschicktes Umformen finden!
Setzen wir das Startkapital mit x € fest. Nach der ersten Wette hatte er $x\cdot\frac{3}{2}$ €, da er ja die Hälfte seiner x € dazugewinnt.
Nach der zweiten Wette hatte er dann $\left(x\cdot\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{4}{3}$ €, da er ja vom neuen Kapital ein Drittel dazugewinnt.
Nun schreiben wir seine ganze Wette in einem Term:

$$x\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{9}{8}\cdot\frac{10}{9}=100$$

Man erkennt, dass sich die meisten Zähler und Nenner kürzen. So bleibt:

$$x\cdot\frac{10}{2}=100 \quad\Leftrightarrow\quad x\cdot 5=100 \quad\Leftrightarrow\quad x=20$$

3. Kreisdreiecke



Die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge s kann man sich nach der Formel $A_\Delta=\frac{s^2\cdot\sqrt{3}}{4}$ berechnen.
Die graue Fläche R bleibt übrig, wenn man die 3 Kreissektoren abzieht. Die Winkel in einem gleichseitigen Dreieck betragen jeweils 60°, die Kreissektoren sind also jeweils 1/6 Kreise – zusammen also ein Halbkreis mit der Fläche

$$A_O=\frac{r^2\cdot\pi}{2}=\left[r=\frac{s}{2}\right]=\frac{\left(\frac{s}{2}\right)^2\cdot\pi}{2}=\frac{\frac{s^2}{4}\cdot\pi}{2}=\frac{s^2}{8}\cdot\pi$$

$$R=A_\Delta-A_O=\frac{s^2\cdot\sqrt{3}}{4}-\frac{s^2}{8}\cdot\pi=s^2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{8}\right)$$

Prozentanteil der Fläche R am gleichseitigen Dreieck:

$$p=\frac{A}{G}\cdot 100=\frac{s^2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{8}\right)}{s^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}}\cdot 100=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{8}}{\frac{\sqrt{3}}{4}}\cdot 100\ \approx\ \mathbf{9{,}31}\ \%$$