Lösungen (3. & 4. Klassen)

1. Teilbarkeit

Allgemein: rechnen wir mit den Ziffern x, y und z. Aus drei verschiedenen Ziffern kann man durch Anordnung der Ziffern 6 verschiedene dreistellige Zahlen bilden – wir schreiben sie hier dann im Zahlenwertsystem an:

$$\begin{array}{lcl} xyz & \to & 100x + 10y + z \\ xzy & \to & 100x + 10z + y \\ yxz & \to & 100y + 10x + z \\ yzx & \to & 100y + 10z + x \\ zxy & \to & 100z + 10x + y \\ zyx & \to & 100z + 10y + x \end{array}$$

Die Summe dieser Zahlen ergibt: $222x + 222y + 222z = 222 \cdot (x + y + z)$. Diese Zahl ist durch 74 teilbar, denn: $222 \cdot (x + y + z) : 74 = 3 \cdot (x + y + z)$

2. Roland spricht in Rätseln

Halten wir fest, was wir wissen:

(1) Rolands Alter ist durch 5 teilbar, wir können schreiben, dass er $5 \cdot x$ Jahre alt ist

(2) Tina ist y Jahre alt und ist jünger als Roland, also gilt: $5 \cdot x > y$

(3) Rolands Mutter ist 20 Jahre älter als Roland, ist also $5 \cdot x + 20$ Jahre alt

(4) Rolands Vater ist 35 Jahre alt

In Summe: $y + 5 \cdot x + (5 \cdot x + 20) + 35 = 89$, daraus folgt $\mathbf{10 \cdot x + y = 34}$

Setzt man nun für x Zahlenwerte ein, findet man das Ergebnis relativ schnell:

a) $x = 1$: (Roland ist 5 Jahre), dann wäre $y = 24$. Geht nicht!

b) $x = 2$: (Roland ist 10), dann wäre $y = 14$. Geht nicht!

c) $x = 3$: (Roland ist 15), dann wäre $y = 4$. Geht!

d) $x = 4$: (Roland ist 20), dann wäre $y = -6$. Geht nicht!

e) …

Also kommt nur c) in Frage: Roland ist 15 Jahre und Tina 4 Jahre alt!

3. Annika kontert!

Die zweistelligen Zahlen sollen durch die Ziffern a und b erzeugt werden, dann gilt:

$$0 < a < 10 \text{ und } 0 < b < 10.$$

Die erste Zahl lautet $10 \cdot a + b$, die zweite Zahl lautet $10 \cdot b + a$
Die Summe s dieser beiden Zahlen kann angegeben werden durch $s = 11 \cdot (a + b)$

Die Summe der beiden gesuchten Zahlen ist also eine Quadratzahl und durch 11 teilbar!
$(a + b)$ ist die Summe zweier Ziffern und kann also nicht größer als 19 sein. Daraus folgt:
$11 \cdot (a + b) \leq 11 \cdot 19 = 209$
Durch Probieren erhält man, dass einzig und allein die Quadratzahl $11^2 = 121$ diese beiden Bedingungen erfüllt: $11 \cdot (a + b) = 121 \Rightarrow a + b = 11$

Die Voraussetzung ist also erfüllt, falls $a + b = 11$ gilt. Setzt man nun die Ziffern a und b wieder für die Zahlen ein, dann erkennt man, dass es 8 solcher Zahlen gibt:

$29 + 92 = 121$	bzw.	$65 + 56 = 121$
$38 + 83 = 121$		$74 + 47 = 121$
$47 + 74 = 121$		$83 + 38 = 121$
$56 + 65 = 121$		$92 + 29 = 121$