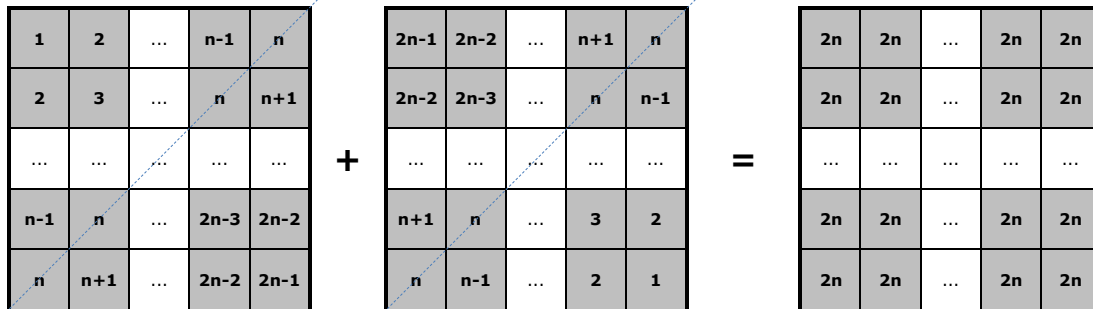


**LÖSUNGEN ( 5 . – 8 . KLASSEN )**

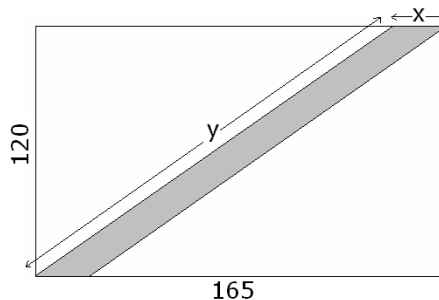
**1. Summ... Summ... Summen**

Natürlich kann man den Beweis mit Hilfe der Summenformel für aufeinander folgende natürliche Zahlen führen: Der Term  $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$  liefert die Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis n. Eleganter ist aber folgende Lösungsidee: Spiegelt man das  $n \times n$ -Quadrat an seiner Diagonale und addiert jedes Feld des ursprünglichen Quadrats mit dem entsprechenden Feld seines „diagonalen Spiegelbildes“, so erhält man das ganz rechts abgebildete  $n \times n$ -Quadrat: Alle Felder haben den Eintrag  $2n$  und die Summe aller Felder beträgt offensichtlich  $2n^3 (= 2n \cdot n \cdot n)$ . Halbiert man nun diese Summe, so ergibt sich für die Summe der Zahlen im ursprünglichen Quadrat  $n^3$ !



**2. Wo ein Weg, da auch eine Fläche**

Wir führen für die beiden unbekanntenen Längen die Variablen  $x$  und  $y$  sein, wie in der Skizze gezeigt. Um  $x$  und  $y$  zu finden, brauchen wir zwei Gleichungen: Gleichung 1 erhalten wir, indem wir die parallelogrammförmige Wegfläche zweimal anders hinschreiben, sie beträgt einerseits  $120x$  und andererseits  $3y$ :  $120x = 3y$  bzw.  $y = 40x$  Gleichung 2 liefert uns der Satz des Pythagoras, es gilt:  $y^2 = (165 - x)^2 + 120^2$  Ersetzt man in der zweiten Gleichung  $y$  durch die erste, erhält man die quadratische Gleichung  $(40x)^2 = (165 - x)^2 + 120^2$ . Ausrechnen und Auflösen liefert 5 und eine irrelevante negative Lösung. Mit  $x = 5$  ergibt sich für die Fläche der Wert  $5 \cdot 120 = 600 m^2$ .



**3. Die kaputte Waage**

Man gibt in die linke Waagschale die zwei 500-g-Gewichte (= 1 kg) und auf die andere Seite so viel Zucker, dass die Waage im Gleichgewicht steht. Dann nimmt man die beiden Gewichte herunter und füllt die linke Waagschale, in der sich die beiden Gewichte befanden, wieder mit so viel Zucker, dass die Waage erneut im Gleichgewicht steht. Diese Menge an Zucker wiegt nun genau 1 kg, da sie ja genau dem Gewicht der beiden Gewichtsstücke entspricht. BEMERKUNG: Auf diese Weise lässt sich auch mit der defekten Balkenwaage jedes beliebige Gewicht abwiegen – vorausgesetzt man hat genügend passende Gewichtsstücke.