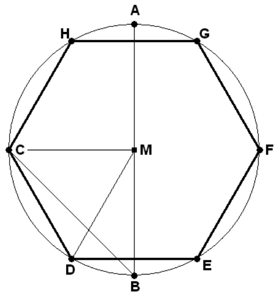
mathe-corner Oktober 2014

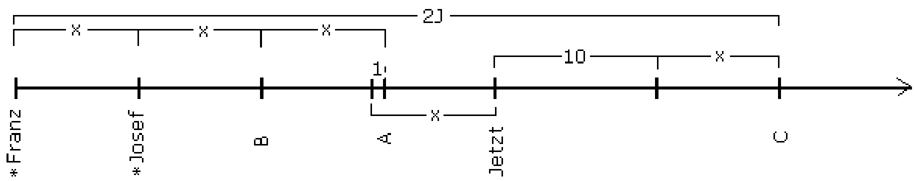
LÖSUNGEN (5. – 8. KLASSEN)

1. „Ich SEHNE mich nach einer Lösung"

Da im Dreieck BMC sowohl B als auch C am Kreis liegen, sind sie beide gleich weit von M entfernt, also ist BMC gleichschenklig. Daher gilt ∢ABC = ∢MCB = 45°.
∢MCD = ∢MCB + ∢BCD = 45° + 15° = 60°.
D liegt am Kreis und ist daher gleich weit von M entfernt wie C. Daher ist das Dreieck MCD gleichschenklig und es gilt
∢MCD = ∢CDM = 60°.
Wegen der Winkelsumme im Dreieck gilt, dass ∢DMC ebenfalls 60° beträgt, daher ist das Dreieck MCD sogar gleichseitig. Daher ist CD gleich groß wie der Radius, nämlich 1.
Vervollständigt man die Figur zu einem regelmäßigen Sechseck, wird die Situation auch intuitiv klar!



2. Alter, Alter!



Die erste Aussage „Als ich so alt war, wie du warst, *als ich ein Jahr älter war, als du jetzt bist,* warst du gerade einmal halb so alt wie ich." besteht aus zwei Teilen:
1. Teil: *Als Franz ein Jahr älter war als Josef jetzt ist* (Zeitpunkt A).
2. Teil: Als Franz so alt war, wie Josef war (Teil 1), war Josef halb so alt (B).
Abkürzungen: F und J seien die jetzigen Alter von Franz und Josef, x sei der Altersunterschied von Franz und Josef.
Am Zeitpunkt B ist seit der Geburt von Franz doppelt so viel Zeit vergangen wie von der Geburt von Josef weg, also waren sie damals 2x bzw. x Jahre alt.
Die Zeitpunkte A und B liegen x Jahre auseinander, weil an B Franz so alt war wie Josef bei A.
A wiederum liegt x – 1 Jahre vom Jetzt entfernt. Daher:
F = 4x – 1, J = 3x – 1.
Die zweite Aussage „Wenn ich 10 Jahre älter sein werde, als du jetzt bist (C), wirst du doppelt so alt sein, wie ich jetzt bin." führt zur Gleichung 2J = F + x + 10.
Setzt man in diese Gleichung die zuvor ermittelten Werte für das Alter von Franz und Josef, nämlich F = 4x – 1 und J = 3x – 1 (s.o.) ein, so erhält man:
2(3x – 1) = 4x – 1+x+10. Daraus folgt unmittelbar: x = 11, **F = 43, J = 32.**

3. Der Safe

Zahl 1: **abcdef** · 4 ⇨ Zahl 2: **fedcba**
Für a kommen nur 1, 2 in Frage, sonst wäre Zahl 2 siebenstellig. 1 kann man ausschließen, weil keine natürliche Zahl, die mit 4 multipliziert wird, 1 am Ende hat. ⇨ **a=2.**
Für f kommen nur 8 oder 9 in Frage: 9 kann man ausschließen, weil 9 · 4 =..6. Die letzte Ziffer muss aber 2 sein (8 · 4 =..2). ⇨ **f=8**
Für b kommen nur 1 oder 2 in Frage. 2 kann man ausschließen, weil ..22 nicht durch 4 teilbar ist. ⇨ **b=1**
Jetzt kommen für e nur 2 oder 7 in Frage (28 · 4 =..12, 78 · 4 =..12); 2 kann man ausschließen, weil 21.. · 4 ≠ 82.. liefern würd. ⇨ **e=7**
Für c kommen nur 8 oder 9 in Frage, weil bei 21.. · 87.. 3 Übertrag benötigt wird. 8 kann man ausschließen, weil keine Zahl mal 4 gleich 5 ergibt, was der Fall sein müsste (78 · 4 = **3**12, man bräuchte 5, um auf **8**12 zu kommen). ⇨ **c=9**
Für d kommen nur mehr 4 oder 9 in Frage (4 · 4 + 3 = 19, 9 · 4 + 3 = 39), aber nur mit **d=9** ergibt sich kein Widerspruch in der Multiplikation, also: **219978** · 4 = **879912.**